

基于多重加权法的多重分形图像分割研究

蒋爱平 杨悦华 杨兴全

(黑龙江大学电子工程学院, 哈尔滨 150080)

摘要 针对现有多重分形谱对噪声敏感的问题,该文提出了一种基于多重加权法的多重分形谱算法。并首先介绍了基于测度理论的多重分形谱的定义;然后定义了基于多重加权的概率测度,同时对基于多重加权法的多重分形谱性能进行了分析,最后采取与衬底法、方差法进行仿真比较的方法,进行了线性区间、抗噪声性能和收敛速度的比较。比较结果表明,该算法具有保持和加强图像的局部特性以及突出图像的细微处的特点,不仅克服了多重分形谱对噪声敏感的缺点,而且权重因子收敛快。

关键词 分形 多重分形 边缘检测 图像分割

中图分类号: TP391 R816 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)10-1889-04

Multifractal Image Segmentation Based on Multi-weight Method

JIANG Ai-ping, YANG Yue-hua, Yang Xing-quan

(School of Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin 150080)

Abstract Multifractal spectrum algorithm based on multi-weight method (MWM) was presented in accordance with the present multifractal spectrum sensitive to the noises. The definition of multifractal spectrum based on measurement theory was introduced. The probability measure based on MWM was defined that can be used to estimate the multifractal spectrum. The capability of multifractal spectrum of MWM was analyzed. In the paper we analyzed the linear region, the anti-noise performance and the convergence of MWM compared to the Bottom interface and variance. The above approach showed that the noise can be reduced effectively and the fine property can be stressed. The local property of an image can remained much more and the weighted factor is converged quickly than the approach based on Bottom interface and variance.

Keywords fractal, multifractal, edge detection, image segmentation

1 引言

分维作为图像表面不规则程度的度量,不仅能度量复杂程度,而且具有多尺度多分辨率变化的不变性,它与人类视觉对图像表面纹理粗糙程度的感知是一致的。因此,分维被用来作为纹理的一个重要特征而被用于纹理分割、纹理边缘检测等。多重分形(multifractal)也称为多标度分形或复分形^[1-3],它是描述信号奇异性结构的有效数学工具,尤其适用于一些难以建模的不规则图像的处理和分析。

多重分形以全面描述奇异几率分布的形式,或者说用多重分形谱 $f(\alpha)$ 来描述分形体不同层次的生长特征,以便从系统的局部出发来研究其最终的整体特征。

多重分形在许多领域取得了广泛应用,如生物医学中MRI图像分割和分析、自然图像分割、心脏跳动的多重分形动态建模与分析、心电信号分析、细胞图像识别、DNA的多重分形分析、纹理分析、雷达声纳信号处理、图像压缩、地质勘探、天文现象异常空间结构和奇异性分析、金融股市分析及其预测,以及网络通信交通流量分析^[4-7],等等。

大家知道,实际数据的多重分形谱计算是一项非常复杂的工作,最早的估计算法是Frish和Parisi提出的基于配分函数的估计方法^[8,9],该方法由配分函数的Legendre变换得到多重分形谱,其不仅计算简单,且步骤少、精度高。但是实验研究发现,在进行归一化概率测度的测定时,若对分形集 F 的划分、计算步长及计算方法选择不同,则可能会得到一

基金项目:2007年黑龙江省研究生创新科研项目(YJSCX2007-0034HLJ);黑龙江省普通高校重点实验室资助项目(HDXH0505)

收稿日期:2007-06-01;改回日期:2007-07-05

第一作者简介:蒋爱平(1962~)女,教授,博士。主要从事信息与图像处理等研究。E-mail:jap62@126.com

族虽存在某种相关性,但具有完全不同几何特性的奇异谱 $f(\alpha)$ 。所以归一化概率测度的测定方法决定着多重分形谱的分布情况^[10,11]。现有的测定方法主要有衬底法和方差法,但该方法对噪声过于敏感,并且权重因子截止非常慢。

本研究提出了基于配分函数法的广义空间模型,定义了一种多重加权的归一化概率测度,实现了一种新的多重分形谱算法,该算法除具有优良的线性区间外,还能抑制图像噪声和保持权重因子收敛快。

2 基于测度理论多重分形谱定义

设 X_d 是 d 维欧氏空间和度量空间, X 是 X_d 的一个 d 维子集,它是测度的支集,或某个动力系统的不变集。若对 X 进行适当的划分,并赋予概率不变测度 μ_0 ,则这里的划分类是迭代的或递归的。设 α 是与划分有关的一个参数,则可将 X 的第 n 步划分后的子集记作 $X_n(\alpha)$ 。

设 (X, μ) 是一个测度空间,若 $X_n = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n(\alpha)$ 是一分形集,则称它是 (X, μ) 的分形子集。若在上述划分下,由 (X, μ) 产生的分形集可以表示成若干分形子集的并集,且每一分形子集有不同分维,则称此分形集为多重分形。

若 (X, μ) 被分成尺度为 δ 的单元 (cell),且单元测度 μ_α 与 δ 之间存在下列幂规律关系:

$$\mu_\alpha \propto \delta^\alpha$$

则称 α 为 Lipschitz-hölder 指数 (简称 hölder 指数)。由于它控制着概率密度的奇异性,因此也称作奇异指数。

对概率测度为 μ_α 的分形子集 X_α 的任何可列 δ -覆盖 $\{U_i\} (i \in N)$, 即 $0 < \dim(U_i) \leq \delta$ (\dim 表示直径), 定义

$$\xi_\delta(X_\alpha, \mu_\alpha) = \inf \left\{ \sum (\dim(U_i))^r \mid \{U_i\}_{i \in N} \right\}$$

为 X_α 的 δ -覆盖 $\{U_i\} (i \in N)$, 则 (X_α, μ_α) 的 Hausdorff r 维测度定义为

$$\xi^r(X_\alpha, \mu_\alpha) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \xi_\delta(X_\alpha, \mu_\alpha)$$

若存在临界指数 $f(\alpha)$, 使 $r > f(\alpha)$ 时, $\xi^r(X_\alpha, \mu_\alpha) = 0$; $r < f(\alpha)$ 时, $\xi^r(X_\alpha, \mu_\alpha) = \infty$; $r = f(\alpha)$ 时, $0 < \xi^r(X_\alpha, \mu_\alpha) < \infty$, 则称 $f(\alpha)$ 为多重分形的奇异谱。由定义知, $f(\alpha)$ 就是分形子集 X_α 的 Hausdorff 维数, 当 $X \subset \bigcup_{j=1}^N U_j, 0 < \dim(U_j) \leq \delta, j \in N$ 时,

$$f(\alpha) = \inf \left\{ r \mid \liminf_{\delta \rightarrow 0} \sum_{j=1}^N (\dim(U_j))^r = 0 \right\}$$

$$f(\alpha) = \sup \left\{ r \mid \liminf_{\delta \rightarrow 0} \sum_{j=1}^N (\dim(U_j))^r = \infty \right\}$$

当 $\{U_j\}$ 是尺度为 δ 的盒子时, 若在 $[\alpha, \alpha + d\alpha]$ 内概率测度为 μ 的单元个数为 $N(\alpha)$ (即覆盖盒子数), 则 $\xi_\delta^r(X_\alpha, \mu_\alpha) = N(\alpha)\delta^r$ 。因此当 $N(\alpha) \propto \delta^{-f(\alpha)}$ 时, 则由于 $\xi^r(X_\alpha, \mu_\alpha)$ 有限, 故

$$f(\alpha) = - \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\ln N(\alpha)}{\ln \alpha} \quad (1)$$

是描述区域维数的连续谱, 其在 $\alpha - f(\alpha)$ 坐标系中为一单峰图像。现在人们的共识是 $f(\alpha)$ 和 α 是描述多重分形局部特征的一套基本语言。

定义一个配分函数

$$\chi_q(\varepsilon) = \sum p_i(\varepsilon)^q = \varepsilon^{\tau(q)} \quad (2)$$

如果上式后面的等式成立, 即配分函数与 ε 有幂函数关系, 则可以从 $\ln \chi_q$ 和 $\ln \varepsilon$ 曲线的斜率得到

$$\tau(q) = \frac{\ln \chi_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (\varepsilon \rightarrow 0) \quad (3)$$

这里 $\tau(q)$ 为质量指数 (mass exponent)。 q 称为权重因子, $q \in \mathbf{Z}, \mathbf{Z}$ 为整数集合。多重分形谱 $f(\alpha)$ 和奇异指数 α 可以从下式求得

$$\tau(q) = \alpha q - f(\alpha) \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (5)$$

3 基于多重加权法概率测度算法

定义 1 设 I 为一幅 $M \times N$ 大小的灰度图像, $I(i, j)$ 代表每个像素点的灰度值, 在给定的尺度 m 下, 用 $m \times m$ 大小的盒子对图像进行覆盖, 盒子覆盖的所有像素灰度值的均值为 $\bar{I}(i, j)$, 把 $\bar{I}(i, j)$ 映射到每个盒子的中心点作为该点的灰度值

$$\bar{I}(i, j) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w(i, j) \times I(i, j)}{m \times m} \quad (6)$$

其中, 权值 $w(i, j)$ 为盒子中心点和其他点的纵横坐标差值平方和的倒数, 即

$$w(i, j) = \frac{1}{(i-x)^2 + (j-y)^2} \quad (7)$$

i, j 分别为中心点的纵横坐标, x, y 分别为盒子中其他各点纵横坐标, 中心点权重设为 1。

定义 $m \times m$ 大小的图像子块的多重加权法 (multi-weight method, MWM) 归一化概率为

$$p(m) = \frac{\bar{I}(i, j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \bar{I}(i, j)} \quad (8)$$

定义 2 设 $f_q(\alpha)$ 为当权重因子取 q 时的多重分形谱, 则权重因子收敛系数 η 定义为

$$\eta = \frac{|f_q - f_{q-1}|}{|f_q - f_{\max}|} \quad (9)$$

其中, f_{\max} 为多重分形谱最大值。当权重因子 q 取值很大时, $f_q - f_{q-1} = 0, \eta = 0$ 。实际计算时, 可以选定稍大于 0 的值作为标准。

4 多重加权法多重分形谱性能

图 1 所示的 512×512 大小的 Lena 图像, 分别采用本文提出的多重加权法、衬底法和方差法, 对 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 双对数曲线线性区间和权重因子截止区间、抑制噪声能力等进行了比较分析。



图 1 原始 Lena
Fig. 1 The original Lena

4.1 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 双对数曲线线性区间

图 2 ~ 图 4 分别为多重加权法、衬底法和方差法的 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 双对数曲线。在权重因子绝对值 $|q| \leq 50$ 时, 多重加权法与衬底法和方差法得到的

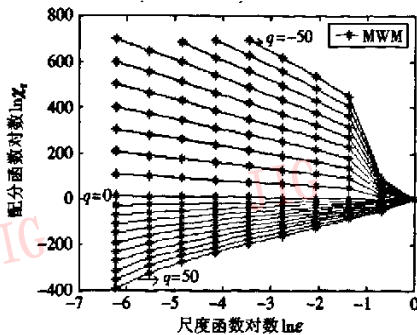


图 2 多重加权法 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 曲线
Fig. 2 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ plot with MWM

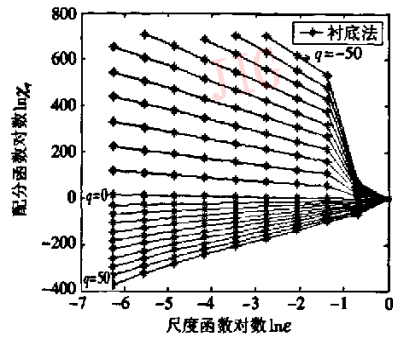


图 3 衬底法 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 曲线

Fig. 3 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ plot with bottom interface

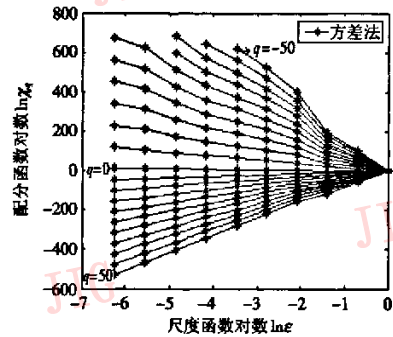


图 4 方差法 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 曲线

Fig. 4 $\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ plot with variance

$\ln \chi_q - \ln \varepsilon$ 双对数曲线线性区间基本相同。由此可见, 本文提出的多重加权法具有与衬底法同样优良的线性性能。

4.2 权重因子截止区间比较

图 5 为多重加权法、衬底法和方差法的多重分形奇异谱曲线。由图 5 可见, 本研究提出的多重加权法具有最小的权重因子截止范围, 当 $q = 5$ 时, $f(\alpha)$ 就不再随 q 而变化。可根据式 (9) 计算权重因子收敛系数 η , 其权重因子收敛系数 η 比较结果如

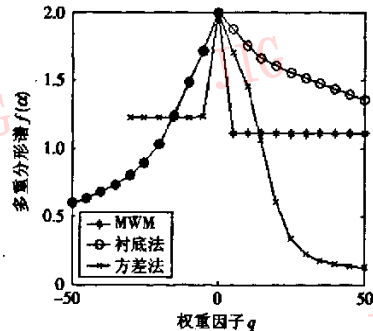


图 5 权重因子收敛性比较

Fig. 5 Convergent performance comparison

表 1 所示。

表 1 无噪声图像的权重因子收敛系数 η 的比较

Tab. 1 Convergent coefficient comparison

算法	多重加权法	衬底法	方差法
η	0	0	0
q 的绝对值	=5	>50	>40

4.3 图像分割结果分析

分别采用多重加权法、衬底法和方差法,对原始 Lena 图像和加入 0.01 高斯噪声的 Lena 图进行分割,结果如图 6~图 8 所示。由图 6~图 8 可以明显看出,与衬底法和方差法处理结果相比,在加入噪声后,只有多重加权法仍然能得到良好的分割结果,这表明本文提出的多重分形谱算法具有良好的抗噪声的能力。而衬底法和方差法在加入噪声后处理结果很差。

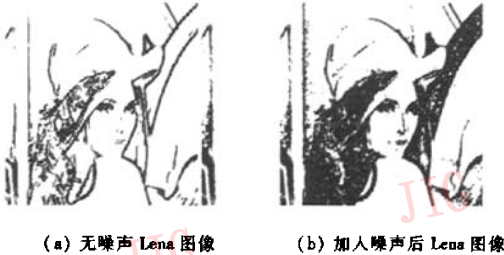


图 6 多重加权法分割结果

Fig. 6 The segmentation of MWM

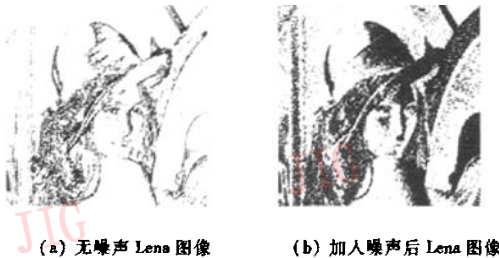


图 7 衬底法分割结果

Fig. 7 The segmentation of bottom interface

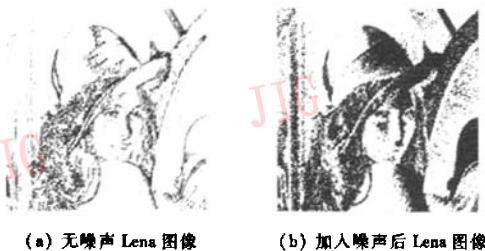


图 8 方差法分割结果

Fig. 8 The segmentation of variance

5 结论

本文提出了一种基于多重加权法计算多重分形谱的算法。通过线性区间、权重因子截止区间和抑制噪声能力等比较分析表明,该算法与现有的衬底法和方差法相比,在保持优良线性性能的前提下,具有权重因子收敛快和抗噪声能力强等优点。

参考文献 (References)

- Riedi R. Introduction to multifractals[R]. Technique Report 3129, Rice University, Houston, TX, USA, 1997, 3129.
- Zhang Ji-zhong. Fractal[M]. Beijing: Tsinghua Press, 1995. [张济忠. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.]
- Xie He-ping. Mathematics and Method in Fractal[M]. Beijing: Science & Technology Press, 1988. [谢和平. 分形应用中的数学基础与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.]
- Pavlov A N, Ziganahin A R, Klimova O A. Multifractal characterization of blood pressure dynamics: stress-induced phenomena[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 24(1): 57~63.
- Andreas Schmidt, Stephan Zidowitz, Andres Kriete, et al. A digital reference model of the human bronchial tree [J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2004, 28(4): 203~211.
- Dremin I M, Leonidov A V. On distribution of number of trades in different time windows in the stock market[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2005, 353: 388~402.
- Nigel Bird, M. Cruz Díaz. Fractal and multifractal analysis of pore-scale images of soil[J]. Journal of Hydrology, 2006, 322(1-4): 211~219.
- Sun Xia, Wu Zi-qin, Huang Yun. Fractal and Applications[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2003: 53~82. [孙霞, 吴自勤, 黄匀. 分形原理及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003: 53~82.]
- Sun Xia, Fu Zhu-Xi. Multifractal analysis and scaling range of ZnO AFM images[J]. Physica A, 2002, 311: 327~338.
- Jiang Ai-ping, Wang Qi, Yang Xiu-ping. Image Edge Detection Based on Multi-correlation Variance of Multifractal[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2005, 37(Sup): 58~61. [蒋爱平, 王祁, 杨秀萍. 基于分形多重相关方差的图像边缘检测[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(增刊): 58~61.]
- Jiang Ai-ping, Wang Qi. Segmentation Based on Multifractal Region Variance of CCD X-Ray Cephalogram Lateral[A]. In: Proceedings of Fourth International Conference in IT & Application, Harbin China, 2007: 15~18.